

Récursivité

Laurent Signac

Ensip – Université de Poitiers

`Laurent.Signac@univ-poitiers.fr`

Récursivite

Récursivité : nf.

Voir Récursivité

Il y a deux sortes de gens : ceux qui comprennent la notion de récursivité et ceux qui ne comprennent pas qu'il y a deux sortes de gens : ceux qui comprennent la notion de récursivité et ceux qui ne comprennent pas qu'il y a deux sortes de gens : ceux qui comprennent la notion de récursivité et ceux qui ne comprennent pas qu'il y a deux sortes de gens...

Récurrance en mathématiques

Fonction factorielle

$$n! = \text{fact}(n) = \begin{cases} n \times \text{fact}(n - 1) & \text{sin } > 0 \\ 1 & \text{sin } = 0 \end{cases}$$

Éléments d'une définition récursive

- l'objet de taille n est défini à partir d'un objet **de taille plus petite** ($\text{fact}(n)$ est défini à partir de $\text{fact}(n - 1)$).
- les **petits objets** ne sont pas définis de manière récursive

Algorithme récursif ?

Un algorithme peut être récursif :

```
fonction fact(n) : entier
| si n>0 :
|   r←n*fact(n-1)
| sinon
|   r←1
retourner r
```

```
def fact(n) :
  if n>0 :
    r=n*fact(n-1)
  else :
    r=1
  return r
```

Fonctionnement

Une fonction récursive utilise la pile des appels pour stocker les résultats intermédiaires. Il n'est pas **nécessaire** de savoir ça pour écrire des fonctions récursives.

Séquences mystérieuses

mystere1(3) ?

```
def mystere1(n) :  
    if n>0 :  
        print(n,end=',')  
        mystere1(n-1)  
        print(n,end=',')
```

mystere2(4) ?

```
def mystere2(n) :  
    if n>0 :  
        mystere2(n-1)  
        print(n,end=',')  
        mystere2(n-1)
```

mystere3(4) ?

```
def mystere4(n) :  
    if n>0 :  
        print(n,end=',')  
        mystere3(n-1)  
        print(n,end=',')
```

```
def mystere3(n) :  
    if n>0 :  
        mystere4(n-1)  
        print(n,end=',')  
        mystere4(n-1)
```

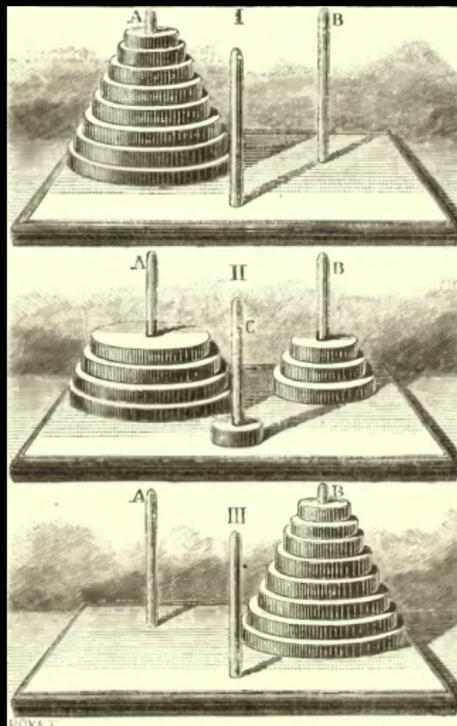
Les tours de Hanoï

Extrait de l'*Arithmétique amusante* de Lucas (≈ 1895) :

Le mandarin N. Claus (de Siam)^a nous raconte qu'il a vu, dans ses voyages pour la publication des écrits de l'illustre Fer-Fer-Tam-Tam, dans le grand temple de Bénarès, au-dessous du dôme qui marque le centre du monde, trois aiguilles de diamant, plantées dans une dalle d'airain, hautes d'une coudée et grosses comme le corps d'une abeille. Sur une de ces aiguilles, Dieu enfila au commencement des siècles, 64 disques d'or pur, le plus large reposant sur l'airain, et les autres, de plus en plus étroits, superposés jusqu'au sommet ; c'est la tour sacrée de Brahma. Nuit et jour, les prêtres se succèdent sur les marches de l'autel, occupés à transporter la tour de la première aiguille de diamant sur la troisième, sans s'écarter des règles fixes que nous venons d'indiquer^b, et qui ont été imposées par Brahma. Quand tout sera fini, la tour et les brahmes tomberont, et ce sera la fin des mondes !

a. du collège Li-Sou-Stian

b. Oralement...



Autres exercices

Puissance

Écrivez une fonction récursive qui élève un nombre r à la puissance n , avec n entier.

Pgcd

Écrivez une version récursive de l'algorithme du Pgcd d'Euclide

Logarithme

Écrivez une fonction qui calcule le logarithme entier d'un nombre entier m en base b , c'est à dire le plus petit entier n tel que si on divise m par b , n fois, on obtient un nombre inférieur ou égal à 1.

Difficultés - Pistes de réflexion

- Maîtriser la complexité en temps de calcul (programmation dynamique, memoïsation)
- Identifier correctement les paramètres : Pour trouver un chemin de la première case à la dernière, on est amené à mettre en paramètre le numéro de la case de départ
- Dans le cas d'une exploration, essayer de la couper le plus tôt possible si elle n'aboutit pas
- Difficile : la construction de la solution dépend des appels récursifs, mais peut dépendre du «passé» : le chemin optimal à partir d'un point donné jusqu'à la fin dépend-il uniquement du point en question, ou aussi du chemin qui a été choisi pour y arriver ?